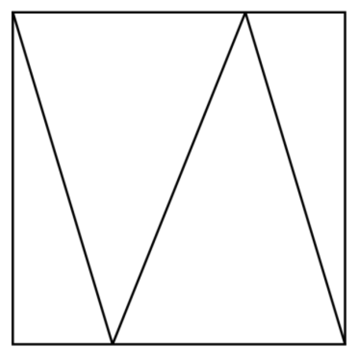
Mathematica Centrum
Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2020
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. La somme de 9 et -7 est 2.

2. Le nombre 21 n'est pas un nombre premier parce qu'il a plus de deux diviseurs {1, 3, 7, 21}.



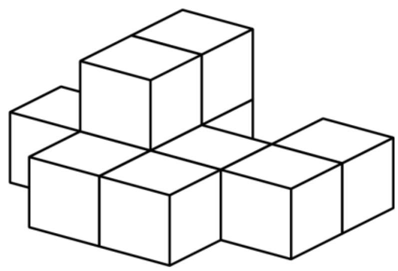
3. Le résultat de (-4 + 8) - 4(5 - (-6)) est (4 - 4(11)) -40.

4. 100% x 100% + 50% x 200% = 1 x 1 + 0,5 x 2 = 1 + 1 = 2.

5. De n x -6 = -24, nous trouvons n = 4. La valeur de -n x -4 est (-4 x -4) 16.

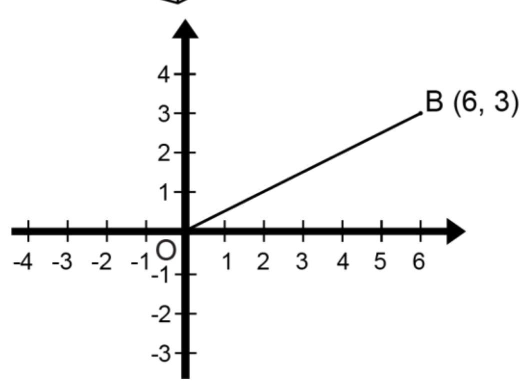
6. L'aire des 4 triangles est (8 cm x 8 cm) 64 cm². La moyenne des aires des 4 triangles est (64 cm² ÷ 4) 16 cm².

7. Le produit des chiffres d'un nombre naturel de 3 chiffres ne peut être égal à 38. Le nombre 38 peut seulement être écrit comme le produit de 2 x 19.



8. Les facteurs de 8 sont {1, 2, 4, 8}. La somme des facteurs de 8 est égale à (1 + 2 + 4 + 8) 15.

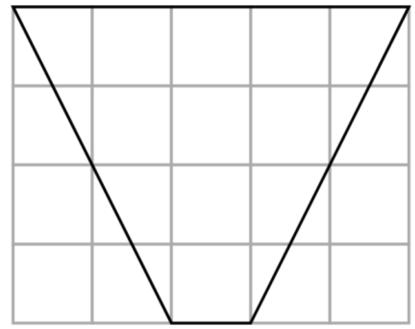
9. Les 8 blocs du bas ont (8 x 2) 16 faces couvertes de colle. Les deux blocs du haut vont ajouter 6 autres faces. Les 10 blocs ont (16 + 6) 22 faces qui sont couvertes de colle.



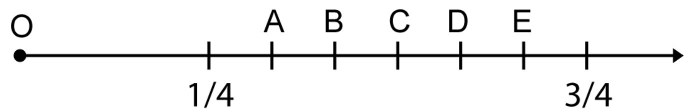
10. Les coordonnées de l'image du point B après la rotation sont (-3, 6). L'opposé de la coordonnée y du point B devient la coordonnée x de l'image du point B et la coordonnée x point B devient la coordonnée y de son image.

11. Mélissa utilise 200 g de sucre pour chaque 5 œufs. Pour 360 g de sucre, elle devra utiliser (5 ÷ 200 x 360) 9 oeufs.

12. Chaque petit carré dans le quadrillage a une aire de 1 cm^2. L'aire du quadrilatère représenté dans le diagramme est ((5 + 1) x 4 ÷ 2) 12 cm^2. Vous pouvez aussi prouver que ce quadrilatère a la même aire qu'un rectangle de 4 cm x 3 cm.

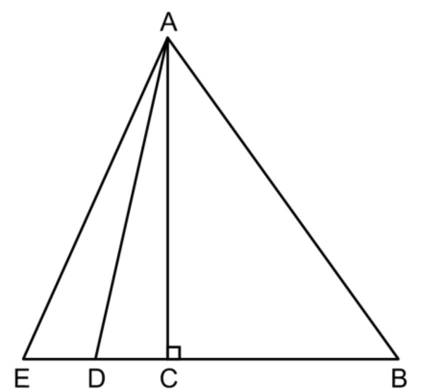


13. Les fractions 1/4 et 3/4 sont représentées sur la droite numérique ci-dessous. Le point C est le point milieu entre ces deux fractions. C représente la fraction 1/2 (50%). D est un point qui est situé à 1/3 de la distance entre 1/2 et 3/4. D est un point qui représente la fraction (1/2 + 1/3 x 1/4) 7/12. Cette fraction est égale à 58 1/3%. La lettre D représente la fraction dont la valeur est la plus près de 55%.



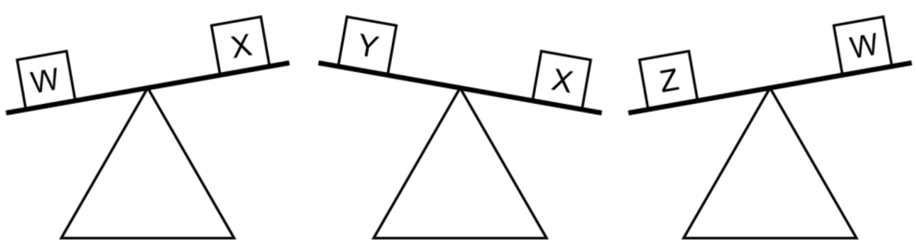
14. Les deux entiers sont -5 et 2. Leur quotient pourrait être -2/5.

15. 1 cm = 10 mm et 1 cm^2 = 10 mm x 10 mm = 100 mm^2.
10 cm^2 = 10 x 100 mm^2 = 1 000 mm^2.

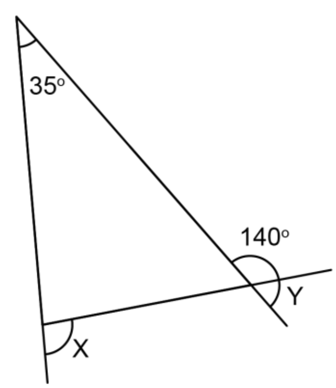


16. Si ED = DC = 1, alors CB = 3ED = 3. L'aire du triangle ABE est (5 x AC ÷ 2). L'aire du triangle ACE est (2 x AC ÷ 2). L'aire du triangle ABE est 5/2 fois (2,5 fois) plus grande que celle du triangle ACE.

17. Le diagramme ci-dessous indique que W est plus lourd que X, que X est plus lourd que Y et que Z est plus lourd que W. Ces diagrammes peuvent être représentés par les inéquations suivantes: W > X, X > Y et Z > W. Utilisant la transitivité, nous

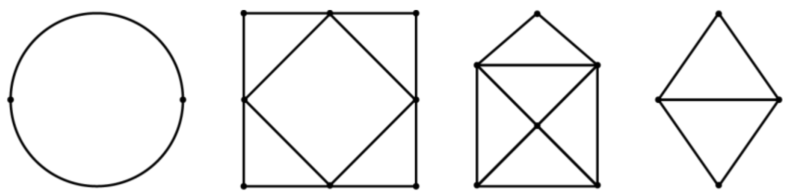


pouvons trouver laquelle de ces inéquations est fausse. Cette propriété stipule que si W > X et X > Y, alors W > Y. À partir des inéquations Z > W et W > Y, nous déduisons que Z > Y. L'inéquation Z > Y étant vraie, nous concluons que l'inéquation Y > Z est fausse.



18. La valeur de Y est (180° - 140°) 40°. Trouver les valeurs des autres angles du triangle (la somme des angles d'un triangle est toujours 180°). Vous trouverez que X = 75° et que la valeur de X + Y est (75° + 40°) 115°.

19. Les points d'un graphe sont appelés sommets et les courbes ou droites sont appelées arêtes. Le second graphe à partir de la gauche a 8 sommets. Le nombre d'arêtes qui convergent vers un sommet est extrêmement important. Si le nombre d'arêtes qui convergent vers un sommet est pair, nous disons que le sommet est de degré pair ou tout simplement pair. Si un nombre impair d'arêtes convergent (arêtes incidentes) vers un sommet, nous disons que le sommet est impair. Comme vous pouvez le constater, les sommets du second graphe sont tous pairs. Quatre sommets ont 2 arêtes incidentes et quatre sommets ont 4 arêtes incidentes. Notez que le premier graphe a deux sommets pairs. Le troisième graphe a 6 sommets, 4 pairs et 2 impairs. Le dernier graphe a 4 sommets, 2 pairs et 2 impairs. Il est possible de parcourir tout le troisième graphe en empruntant chaque arête exactement une seule fois. Vous devrez partir d'un certain sommet et aboutir en un autre sommet. Nous disons que ce graphe est une chaîne eulérienne. Le quatrième graphe est aussi une chaîne eulérienne. Vérifiez que ces deux graphes sont effectivement des chaînes eulériennes. Il est possible de parcourir tout le deuxième graphe en empruntant chaque arête une seule fois. Pour ce graphe, vous pourrez partir d'un sommet quelconque, puis parcourant tout le graphe en empruntant chaque arête une seule fois, vous aboutirez toujours au sommet de départ. Nous disons que ce graphe admet un cycle eulérien ou circuit eulérien. Le premier graphe admet aussi un cycle eulérien. Vérifiez que ces deux graphes sont bien des circuits eulériens. Un graphe dont les sommets sont tous pairs admet toujours un circuit eulérien.



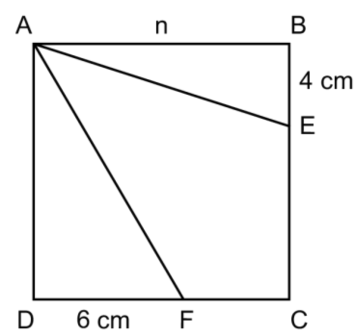
20. Le PPCM de 6 et 9 est 18. Le PGCD de 6 et 9 est 3. Le produit du PPCM et du PGCD de 6 et 9 est (18 x 3) 54.

21. La moyenne de tous les multiples de 7 entre 0 et N est 52,5. La moyenne de toute suite uniformément espacée (comme la suite de tous les multiples de 7 entre 0 et N) est toujours fournie par le terme situé au centre de la suite si celle-ci est constituée d'un nombre impair de termes. Pour notre suite, ce terme doit être un multiple de 7. La moyenne (52,5) n'est pas un multiple de 7 et donc nous pouvons conclure que notre suite est formée d'un nombre pair de termes. Cette moyenne est fournie par le premier terme (7) et le dernier terme de la suite. La moyenne étant 52,5, nous pouvons calculer que le dernier terme est ((7 + X) ÷ 2 = 52,5) 98. La valeur de N pourrait être représentée par tout nombre naturel de 99 à 105. La valeur N = 106 ne peut représenter une valeur possible de N.

22. Le mélange final de 7 litres contiendra (0,1 x 5 + 0,14 x 2) 0,78 litre de crème. Le pourcentage de crème dans le mélange final est (0,78 ÷ 7 x 100) 11 1/7%.

23. Le prochain terme de la suite infinie: 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, … est (2 x 70 + 29) 169.

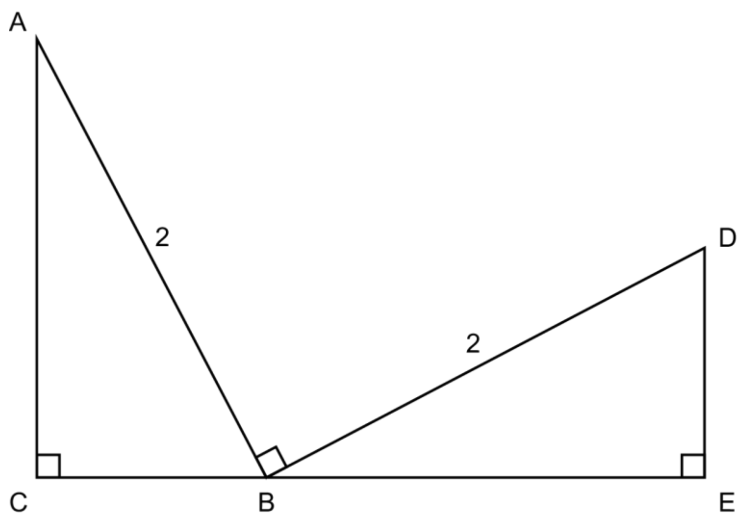
24. L'aire du carré ABCD est n^2. L'aire du carré ABCD est aussi fournie par n x 4 ÷ 2 + n x 6 ÷ 2 + 66. Nous pouvons écrire l'équation $n^2 = 2n + 3n + 66$. Cette équation devient $n^2 - 5n = 66$. Elle peut être réécrite sous la forme n x (n - 5) = 66. Les facteurs de 66 sont {1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66}. Nous cherchons deux facteurs n et n - 5 dont la différence est 5 et le produit est 66. Ces deux facteurs sont 6 et 11. Nous trouvons n = 11 et n - 5 = 6. La valeur de n^2 est 121. La valeur de $2n^2$ est 242. Les facteurs de 242 sont {1, 2, 11, 22, 121, 242}. Parmi tous les rectangles ayant une aire de 242 cm², le rectangle de 11 cm x 22 cm est celui qui a le plus petit périmètre. Son périmètre est ((11 cm + 22 cm) x 2) 66 cm.



25. La congruence $18 \equiv 25 \bmod 7$ indique que 18 et 25 sont congrus parce qu'ils donnent le même reste de 4 lorsqu'ils sont divisés par 7 (le modulo). La congruence $17 \equiv 7 \bmod 10$ laisse un reste de 7. La congruence $7 \equiv 21 \bmod 7$ donne un reste de 0 et la congruence $5 \equiv 17 \bmod 12$ a un reste de 5. La congruence $8 \equiv 15 \bmod 7$ est celle qui laisse un reste de 1.

26. La moitié des élèves d'une classe ont 12 ans ou moins et le sixième ont 13 ans ou plus. La fraction des élèves dont l'âge est entre 12 et 13 ans est (1 - (1/2 + 1/6)) 1/3. La fraction des élèves dont l'âge est entre 12 et 13 ans (1/3) est 6 de plus que la fraction des élèves dont l'âge est 13 ans ou plus (1/6). Par conséquent (1/3 - 1/6) 1/6 des élèves est égal à 6 et 6/6 des élèves est égal à 36. Le nombre d'élèves dans la classe qui ont entre 12 et 13 ans est (1/3 x 36) 12.

27. La valeur de l'angle A + la valeur de l'angle ABC = 90º. La valeur de l'angle ABC + la valeur de l'angle DBE = 90º. Par conséquent la valeur de l'angle A est égale à la valeur de l'angle DBE. Donc la valeur de l'angle ABC est égale à la valeur de l'angle D. $\Delta ABC \sim \Delta BDE$ parce que leurs angles sont égaux. Non seulement ces deux triangles sont similaires, ils sont aussi congrus car la constante de proportionnalité K est égale à $(2 \div 2)$ 1. Donc, si CB = X, CA = 2X. De l'équation $X^2 + 4X^2 = 2^2$, nous tirons $X = CB = 2/\sqrt{5}$ et $BE = CA = 2X = 4/\sqrt{5}$.



28. Il a parcouru 40% de la distance (0,4 x 300 = 120 km) à une vitesse de 80 km/h et le reste de la distance (180 km) à une vitesse de 100 km/h. Il a pris (120 km ÷ 80 km/h + 180 km ÷ 100 km/h) 3,3 heures pour compléter tout le voyage. La vitesse moyenne que Mathusalem a maintenue est (300 km ÷ 3,3h) 90,91 km/h. La vitesse la plus près de cette vitesse moyenne est 91 km/h.

29. L'expression algébrique $(1/2 + X/2)^2 = (1/2 + X/2)\ (1/2 + X/2)$ devient $1/4 + X/4 + X/4 + X^2/4$. L'équation $1/4 + X/2 + X^2/4 + X^2 = 1$ devient $5X^2 + 2X - 3 = 0$. On peut écrire cette équation sous la forme $(5X - 3)\ (X + 1) = 0$. Nous trouvons X = 0,6 et X = -1. La valeur de X = -1 doit être rejetée car X représente une longueur. Une longueur ne peut être négative. La valeur de X qui vérifie l'équation $(1/2 + X/2)^2 + X^2 = 1^2$ est 0,6.