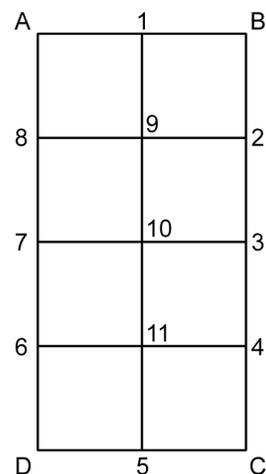


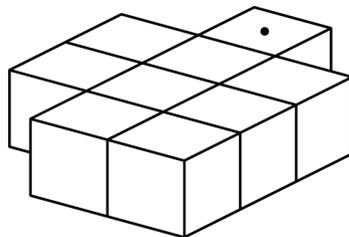
## TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2016 SOLUTIONS COMPLÈTES

1. Les facteurs premiers de 333 sont  $\{3, 3, 37\}$ . Le plus grand facteur premier de 333 est 37.
2. Deux de ces nombres, 1 et 64, sont des carrés et des cubes parfaits. En effet,  $64 = 8^2 = 4^3$  et  $1 = 1^2 = 1^3$ .
3. Pour ne pas oublier aucun rectangle, nous avons numéroté les sommets possibles de ces rectangles. Il y a 7 rectangles ayant une base de 2 unités. Ce sont A-B-2-8, A-B-4-6, A-B-C-D (le rectangle initial lui-même), 8-2-3-7, 8-2-C-D, 7-3-4-6 et 6-4-C-D. Il y a 12 rectangles ayant une base de 1 unité. Ce sont A-1-10-7, A-1-11-6, A-1-5-D, 8-9-11-6, 8-9-5-D, 7-10-5-D et leurs 6 rectangles symétriques 1-B-3-10, 1-B-4-11, 1-B-C-5, 9-2-4-11, 9-2-C-5 et 10-3-C-5. En tout, on peut compter 19 rectangles.



4. Vingt-sept ( $3 \times 3 \times 3$ ) cubes dont les arêtes mesurent 2 cm sont requis pour former un cube dont les arêtes mesurent 6 cm.
5. Le nombre Z, représentant la moyenne des quatre autres choix, doit satisfaire l'équation:  $Z \times 4 = \text{somme des 4 autres}$ . Ce nombre est -3, car  $-3 \times 4 = 4 + (-4) + (-17) + 5$ .
6. J'ai donné  $1/2 \times 1/3 \times 1/4 = 1/24$ .
7. La moyenne de tous les nombres naturels de 1 à 2 000 ( $1\ 000,5$ ) multiplié par 2 000 donnera la somme recherchée. Cette somme est égale à  $(1\ 000,5 \times 2\ 000) = 2\ 001\ 000$ .

8. Un seul bloc a seulement une face qui est couverte de colle, celui identifié par un point. Huit blocs ont au moins deux faces qui sont couvertes de colle.
9. Si la moitié de N est 12, N vaut 24 et  $4N$  vaut 96.



10. Si c est la longueur de chaque côté du carré, son aire est  $c^2$ . Si la longueur de chaque côté était réduite de 25%, chaque côté du nouveau carré aurait une longueur de  $3/4 c$ . L'aire du nouveau carré serait  $9/16 c^2$ . Donc l'aire du carré serait réduite de  $(c^2 - 9/16 c^2) = 7/16 c^2$ . En pourcentage, l'aire serait réduite de  $(7/16) = 43,75\%$ .

11. Le PPCM (3, 7) est 21. Le PGCD (12, 18) est 6.  
Le produit de 21 x 6 est 126.

12. Faites tourner le  $\triangle OBC$  de  $180^\circ$  autour de l'origine O. Les coordonnées de B' (image de B) sont (-3, -3).

13. Matusalem a perdu 40% de son poids durant l'été. Son poids, au début de l'été, était  $(100 \div 60 \times 100)$   $166 \frac{2}{3}$  kg. Au kilogramme près, son poids était 167 kg.

14. Si  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{n} = \frac{53}{6}$ , alors  $\frac{1}{n} = \frac{53}{6} - \frac{5}{6} = 8$  et  $n = \frac{1}{8}$ .

15. La probabilité qu'elle choisisse le chandail jaune avec la jupe en laine est  $(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}) \frac{1}{8}$ .

16. Avec un chiffre, on peut former 1 ( $1^1$ ) nombre naturel, avec 2 chiffres on peut former 4 ( $2^2$ ) nombres naturels, et avec 3 chiffres on peut former  $3^3$  ou 27 nombres naturels de 3 chiffres.

17. Si  $P = 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5$ , la somme des chiffres de P (111 110) est 5.

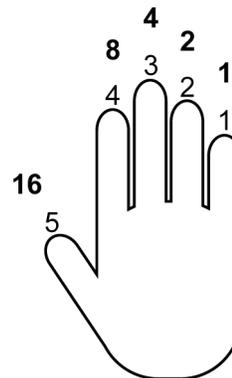
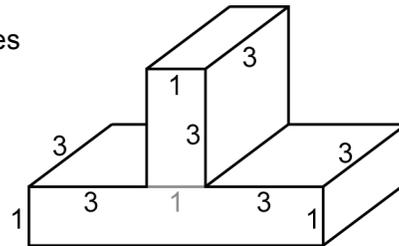
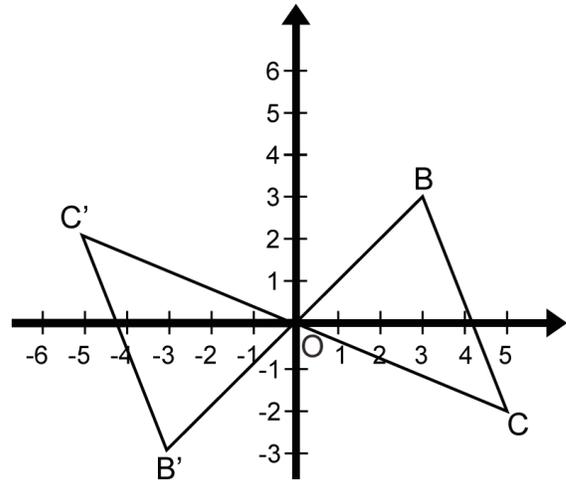
18. L'expression algébrique qui peut générer la suite des nombres qui donne un reste de 2 lorsqu'ils sont divisés par 4 (2, 6, 10, 14, ...) est  $4n + 2$ .

19. Le volume, en  $\text{cm}^3$ , du solide rectangulaire représenté est donné par la somme des volumes des deux prismes rectangulaires qui le constituent. Ce volume est  $(1 \times 3 \times 3 + 7 \times 3 \times 1)$   $30 \text{ cm}^3$ .

20. Si  $x = -2$ , la valeur de  $-3x + 2x^2 - 2x^3$  est  $(-3(-2) + 2(-2)^2 - 2(-2)^3 = 6 + 8 + 16)$  30.

21. Ben Binaire utilise le système binaire. Le doigt 1 représente la valeur de 1 ( $2^0$ ) quand il est allongé et zéro quand il est replié. Le doigt 2 représente la valeur de 2 ( $2^1$ ) quand il est allongé et zéro quand il est replié. Le doigt 3 allongé représente 4 ( $2^2$ ), le doigt 4 allongé représente 8 ( $2^3$ ) et le doigt 5 allongé représente 16 ou  $2^4$ . Quand les 5 doigts sont allongés, Ben représente donc le nombre  $(1 + 2 + 4 + 8 + 16)$  31. Pour représenter le nombre 7, il doit allonger les doigts 1-2-3. En passant, Ben Binaire peut représenter un total de 32 nombres naturels (les nombres de 0 à 31).

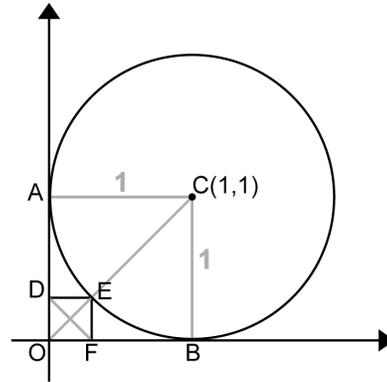
22. La valeur de A (voir figure ci-après) est 1 car si A valait 2 ou plus, le produit de la multiplication donnerait un nombre de 5 chiffres. La lettre B ne peut valoir 0, 2, 4, 6 ou 8 car le chiffre des unités de DEDB serait un zéro. B doit valoir 5 car c'est le seul chiffre impair qui produira un chiffre des unités de 5 dans le résultat DEDB. Après quelques calculs et déductions, on peut conclure que C doit valoir 3 et que D doit valoir 7.



23. Les facteurs premiers de 210 sont {2, 3, 5, 7}. Le nombre dont le produit des 3 chiffres est égal à 210, doit être formé par les chiffres 6 (2 x 3), 5 et 7. Même s'il y a plusieurs nombres qui sont formés de ces 3 chiffres (567, 756, 657, ...), la somme des 3 chiffres est toujours (5 + 6 + 7) 18.

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ B \\ \times \quad \quad \quad 5 \\ \hline D \ E \ D \ B \end{array}$$

24. Les diagonales d'un carré sont égales (DF = OE). Nous savons que  $OB^2 + BC^2 = OC^2$ . Nous trouvons que  $OC = \sqrt{2}$ . La longueur de la diagonale DF du petit carré est  $(OC - EC) \sqrt{2} - 1$ .



25. Si X est l'âge que Mathilde avait, nous concluons que l'âge de Mathieu est présentement 3X. Si Y est l'âge que Mathieu avait, nous concluons que l'âge de Mathilde est présentement Y. Nous pouvons écrire que  $3X - Y = Y - X$ . Cette équation devient  $Y = 2X$ . Puisque  $3X + Y = 40$ , nous pouvons dire que  $3X + 2X = 40$  et que  $X = 8$ . La différence des âges de Mathieu et de Mathilde est  $(3X - 2X)$  8 ans.

26. Les deux droites se rencontrent au point (e, f). En résolvant l'équation  $4X + 2 = -3X + 9$ , nous trouvons que  $X = 1$  et  $Y = 6$  et donc que  $e = 1$  et  $f = 6$ . Les valeurs de a et b sont respectivement 2 et 9 car ce sont les ordonnées à l'origine des deux droites. Les abscisses à l'origine des deux droites (c et d) peuvent être calculées à partir des équations  $-3X + 9 = 0$  et  $4X + 2 = 0$ . Nous trouvons  $c = 3$  et  $d = -1/2$ . La valeur de  $a + b + c + d + e + f$  est  $(2 + 9 + 3 - 1/2 + 1 + 6)$   $41/2$ .

	Passé	Présent	Futur
Mathieu	Y	3X	
Mathilde	X	Y	
Total		40	

27. Le plus grand prisme rectangulaire possible est un prisme à base carrée (figure). Utilisant le théorème de Pythagore, nous pouvons dire que  $X^2 + X^2 = 2^2$ , que  $2X^2 = 4$  et que  $X = \sqrt{2}$ . La longueur totale des arêtes de ce prisme est  $(8 \times \sqrt{2} + 4 \times 3)$   $12 + 8\sqrt{2}$  cm.

