Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2014
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. La valeur de n dans l'équation: n x 5% = 100 est (100 ÷ 0,05) 2 000.

2. 3/4 de 1/4 de 16 = 3/16 x 16 = 3.

3. La valeur de (-2 - 5) + (-5 - 3) est (-7 + -8 = -7 -8) -15.

4. 2 x 3 - 5 x -3 = 6 + 15 = 21.

5. (1/6 - 1/3) x 1/5 = (1/6 - 2/6) x 1/5 = -1/6 x 1/5 = -1/30.

6. Le produit de 4 nombres premiers n'est jamais plus petit que (2 x 3 x 5 x 7) 210.

7. La somme de tous les nombres naturels plus petits que 49 qui sont des nombres carrés est (1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) 91.

8. À l'unité près, une vitesse de 60 km/h équivaut à (60 x 1 000 m ÷ 3 600 s = 16,666 …) 17m/s.

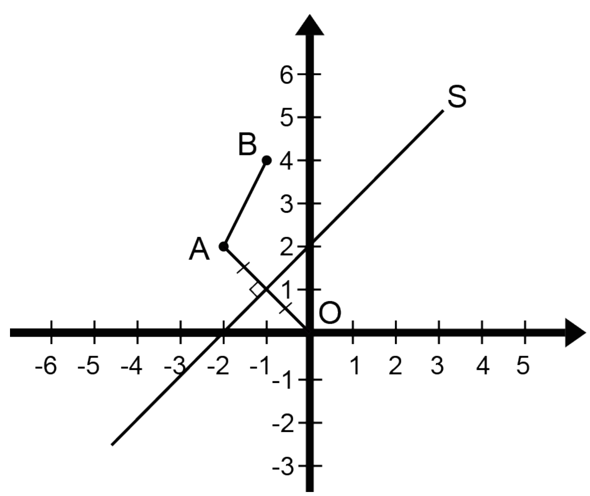
9. Le produit 110 peut s'écrire seulement comme 2 x 5 x 11. Mathusalem n'a pu choisir 4 nombres entiers différents entre 1 et 20.
Le problème est impossible.

10. Il faut 6 minutes pour remplir 3/7 d'une baignoire. À ce taux, pour la remplir d'un autre septième, il faudra (6 ÷ 3) 2 minutes supplémentaires.

11. Le quart de 3 heures et 20 minutes est égal à ((3 x 60 + 20) ÷ 4) 50 minutes.

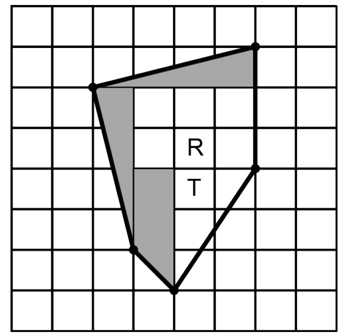
12. Le nombre 21 a seulement 4 facteurs (1, 3, 7 et 21). Le nombre 16 en a cinq (1, 2, 4, 8 et 16). Tous les autres nombres ont plus de 5 facteurs.

13. L'image du point A du segment AB, si S est un axe de symétrie, est le point O(0, 0). Le segment AO est perpendiculaire à S (voir diagramme ci-contre).

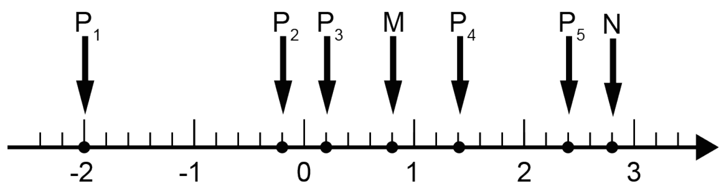


14. Le plus petit entier positif par lequel il faut multiplier 12 pour obtenir un carré parfait est (12 x 3 = 36) 3.

15. L'aire du pentagone ci-contre est la somme des aires des deux triangles ombrés, du rectangle R, du trapèze ombré et du triangle T. Cette somme est égale à (2 cm^2 + 2cm^2 + 6 cm^2 + 2,5 cm^2 + 3 cm^2) 15,5 cm^2.



15. Le point représentant la moyenne de P_1 et de P_5 est P_3 car il est égal à ((-2 + 2,4) ÷ 2) 0,2.



17. Le nombre 7 est un nombre joyeux car 7^2 = 49, $4^2 + 9^2$ = 97, $9^2 + 7^2$ = 130, $1^2 + 3^2 + 0^2$ = 10 et $1^2 + 0^2$ = 1.

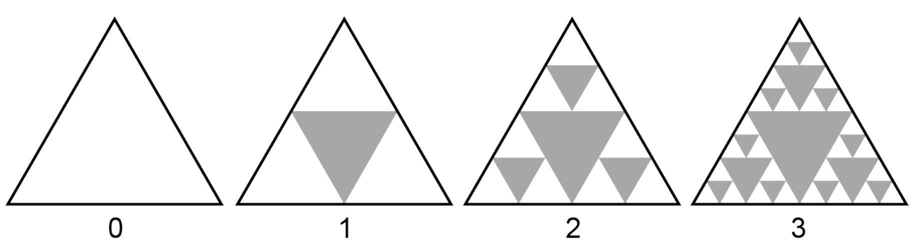
18. L'aire d'un rectangle est égale à l'aire d'un carré. On double le côté du carré ainsi que la base du rectangle. Si c représente le côté du carré initial, l'aire du nouveau carré est ($(2c)^2$) $4c^2$, celle du nouveau rectangle est (2 x c^2) $2c^2$. La différence entre l'aire du nouveau carré et celle du nouveau rectangle est ($4c^2 - 2c^2$) $2c^2$.

19. Puisque W n'est pas assise à côté de X ni de Y, elle doit être assise à l'une des deux extrémités. Plaçons-la à l'extrémité gauche du banc. Z doit être assise juste à la droite de W car X et Y ne peuvent être assises à côté de W. Y doit être assise juste à la droite de Z et X doit être assise à l'extrémité droite du banc. Aujourd'hui, Z et Y sont assises entre les deux autres.

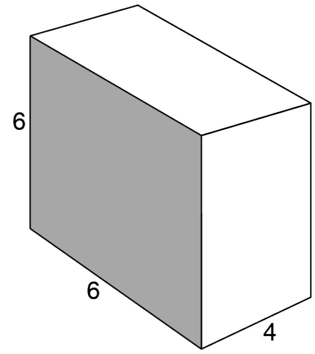
W	Z	Y	X

20. Si x = -3, la valeur de $x + x^2 + x^3$ est égale à ($-3 + (-3)^2 + (-3)^3$) -21.

21. À l'étape 1, (3^0) un triangle est retranché, à l'étape 2 (3^1) 3 triangles sont retranchés, à l'étape 3 (3^2) 9 triangles sont retranchés. Le nombre de triangles qui seront retranchés à la cinquième étape (étape 4) est égal à (3^3) 27.



22. L’aire totale de ce prisme est (2 x 36 cm^2 + 2 x 24 cm^2 + 2 x 24 cm^2) 168 cm^2. Le volume de ce prisme est (36 cm^2 x 4 cm) 144 cm^3. Le rapport (en cm^2 par cm^3) entre l’aire totale et le volume de ce prisme rectangulaire est (168 cm^2 ÷ 144cm^3) 7/6 cm^2/cm^3.



23. Si M_1 = 12, N_1 = 8, M_2 = 16 et N_2 = 24, alors P_1 = 24, G_1 = 4, P_2 = 48 et G_2 = 8 et le produit P_1 x P_2 x G_1 x G_2 est égal à (24 x 48 x 4 x 8) 36 864.

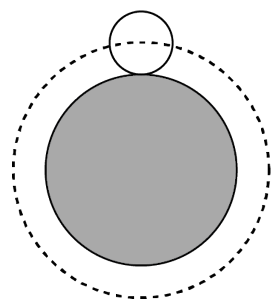
24. Si n est un nombre entier positif et la valeur de l’expression n^2 + 3 est impaire, alors n^2 est paire et par conséquent n est paire. L’expression qui est toujours paire est n^3 - n.

25. La somme de n entiers positifs est égale à 8. Si P représente le produit de ces n nombres, la plus grande valeur possible de P est (3 x 3 x 2) 18.

26. Les facteurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12. Le nombre de facteurs pairs de 12 est égal à 4.

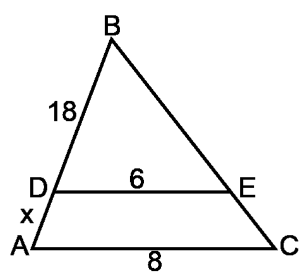
27. Si A x B = 12, B x C = 20 et C x D = 40, on peut écrire que A x B x B x C x C x D = 9 600. Cette équation peut s’écrire sous la forme A x D x (BC^2) = 9 600, de la laquelle nous trouvons que la valeur de A x D est égale à 24.

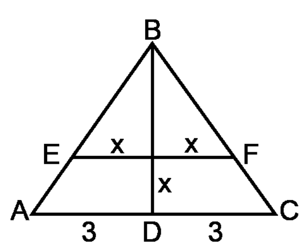
28. Les mesures de trois des quatre angles d’un quadrilatère sont dans le rapport 2 : 3 : 7. Puisque la somme de ces 3 angles est égale à 240º, on peut écrire que 2x + 3x + 7x = 240°. On trouve que x = 20° et que les trois angles sont 40°, 60° et 140°. Puisque la somme des 4 angles d’un quadrilatère est égale à 360° (la somme de deux triangles), on trouve que le 4^e angle vaut (360° - 240°) 120°. La valeur du plus grand angle de ce quadrilatère est 140°.



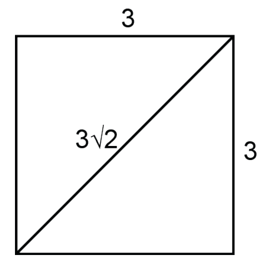
29. Une pièce circulaire dont le rayon est 1 tourne sans glisser autour d’une pièce circulaire dont le rayon est 3. La distance parcourue par la petite pièce est égale à celle parcourue par son centre. Ce centre parcourt une distance qui est égale à (2 x π x 4) 8π. Le nombre de tours que cette pièce aura fait quand elle reviendra à sa position initiale est (8π ÷ 2π) 4.

30. Dans le triangle ABC ci-contre, le segment DE est parallèle au côté AC. Puisque DE est parallèle à AC, le triangle BED est semblable au triangle ABC (le point B est le centre d’homothétie). On peut écrire que (x + 18) : 18 = 8 : 6. De cette équation, nous tirons que x = 6 et que la longueur de AB est égale à (6 + 18) 24 cm. En réalité, tous les côtés homologues de ces 2 triangles semblables sont dans un rapport de 8 : 6. On peut comparer les hauteurs, les médianes ou toutes autres lignes homologues. Par exemple, dans la deuxième figure ci-contre où les deux triangles sont semblables (EF est parallèle à AC) et où la hauteur BD du grand triangle vaut 4, on peut trouver la valeur de x en comparant les hauteurs et les bases des triangles ABC et EBF. On peut écrire que (4 : (4 - x)) = 6 : 2x. Nous trouvons que x = 12/7.



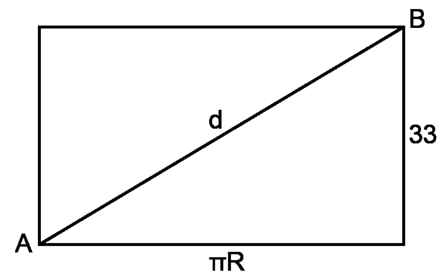


31. La distance moyenne entre deux sommets d'un carré dont le côté mesure 3 est égale à $((3 + 3 + 3\sqrt{2}) \div 3)$ $2 + \sqrt{2}$.

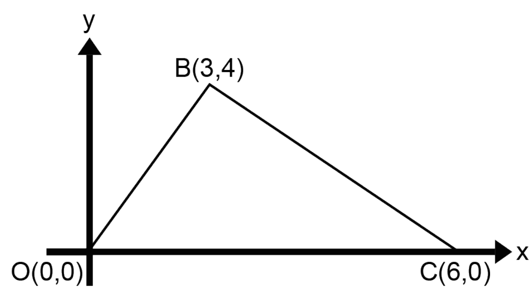


32. Si $y = 2x$ et $x + 2y = 30$, en substituant la première équation dans la deuxième, on peut écrire que $x + 4x = 30$ et donc que $x = 6$ et $y = 12$. La valeur de $x^2 + y^2$ est égale à $(6^2 + 12^2)$ 180.

33. Le chemin le plus court est donné par la droite qui relie le point A au point B, quand la surface cylindrique est développée en une surface plane. Le segment AB devient l'hypoténuse du triangle rectangle dont les cathètes sont la demi-circonférence ($\pi R = 43, 98$ cm) et la distance verticale entre les deux points (33 cm). La longueur d de cette hypoténuse est presque $(\sqrt{(33^2 + 44^2)})$ 55 cm. On peut trouver cette distance beaucoup plus facilement si on se rappelle que le triangle formé, quand on développe la surface cylindrique, est en réalité le plus fameux de tous les triangles rectangles, le triangle 3 : 4 : 5 qui est ici un tout petit peu déguisé. En effet, le triangle rectangle de notre problème peut s'écrire comme ceci: $(\mathbf{3} \times 11)^2 + (\mathbf{4} \times 11)^2 = (\mathbf{5} \times 11)^2$. En passant, toutes les longueurs des escaliers hélicoïdaux qui s'enroulent autour des colonnes chimiques que l'on voit quand on passe près d'une raffinerie sont calculées ainsi.



34. Le produit des pentes (taux de variation) des côtés OB et BC du triangle OBC ci-contre est égal à $(4/3 \times -4/3)$ $-16/9$.



35. La valeur de $5! + 2$ est $(120 + 2)$ 122.