Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

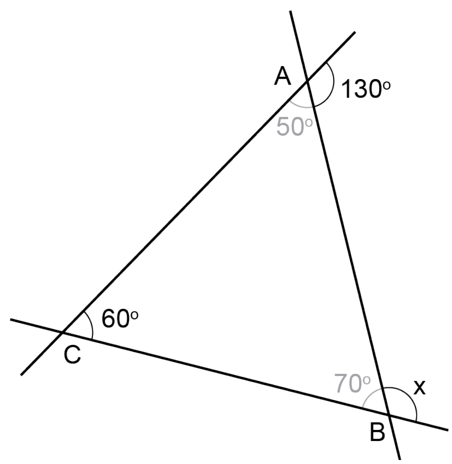
TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2013
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. La racine cubique du carré de 8 ($8^2 = 64$) est égale à 4.

2. La valeur de (-2 + 6) - (-6 + 2) est 4 - (-4) = 8.

3. 1/3 + 1/2 + 1/6 = 2/6 + 3/6 + 1/6 = 6/6 = 1.

4. La valeur de x dans la figure ci-contre est (180º - 70º) 110º.



5. Le plus petit facteur premier de 105 (3 x 5 x 7) est 3.

6. Si n = √256 ÷ √81, alors la valeur de n est 16/9 et celle de √n est 4/3.

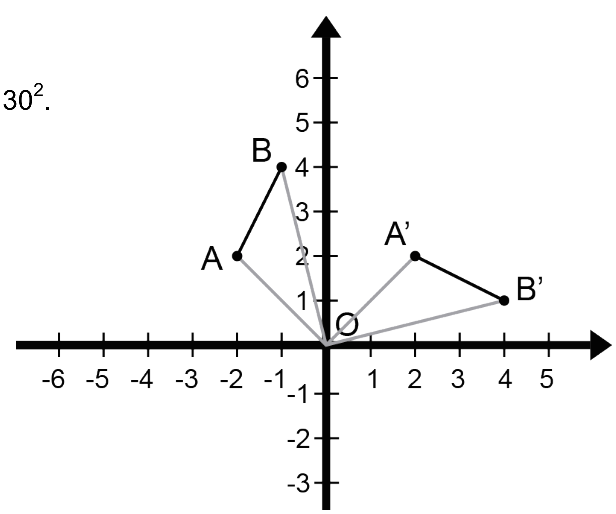
7. Le résultat de 3/5 x 2/3 x 5/4 est 1/2 = 0,5.

8. 18% de 50 est égal à (0,18 x 50) 9. Cette valeur est égale à 9% de 100.

9. Le nombre de minutes dans 60 ans (60 x 365 x 24 x 60) est le même que le nombre de secondes dans 1an (365 x 24 x 60 x 60).

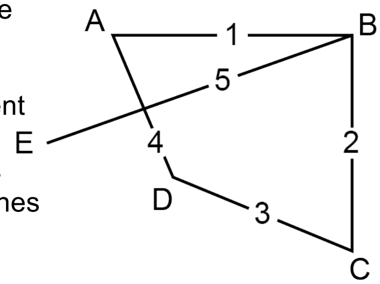
10. Le résultat de $3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2$ est égal à $4 \times 3^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 30^2$.

11. Les coordonnées des images des points A et B du segment AB après qu'il ait subi une rotation de centre O de 90º dans le sens horaire sont A'(2, 2) et B'(4, 1).



12. Si l'âge de Mathilde est le tiers de celui de Mathusalem (qui a 36 ans de plus), nous concluons que 36 ans = 2/3 de l'âge de Mathusalem. Puisque Mathilde a le tiers de celui de Mathusalem, elle doit donc avoir 18 ans.

13. Les points A, B, C, D et E représentent cinq villes nord-américaines. D'après le diagramme, la route aérienne qui va de A à B est considérée la même que celle qui va de B à A. Il y a 4 lignes qui partent ou arrivent au point A (AB, AC, AD et AE). Il y en a 3 autres qui partent ou arrivent à B, 2 autres de C et finalement, 1 autre de D (celles qui partent ou arrivent en E sont déjà incluses dans les routes énumérées). En tout, il y a (4 + 3 + 2 + 1)10 routes aériennes différentes que la compagnie peut offrir.

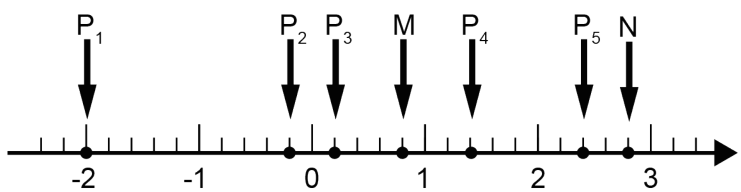


14. Un nombre naturel de 4 chiffres est multiplié par un nombre naturel de 2 chiffres. Le nombre minimum de chiffres que ce produit peut avoir est (1 000 x 10) 5. Le nombre maximum est (9 999 x 99) 6. Le produit pourrait avoir 6 chiffres.

15. Le seul nombre qui n'est pas premier est 9 (3 x 3).

16. La moyenne de six nombres est 46. Le total de ces 6 nombres est (46 x 6) 276. Si deux de ces nombres sont 46 et 34, alors la somme des 4 autres est (276 - 80) 196. La moyenne de ces 4 nombres est (196 ÷ 4) 49.

17. Le point qui est 4 fois plus loin de M que de N est le point P_5. En effet, le point P_5 est à une distance de 2/10 d'unité du point N et à une distance de 8/10 d'unité du point M.



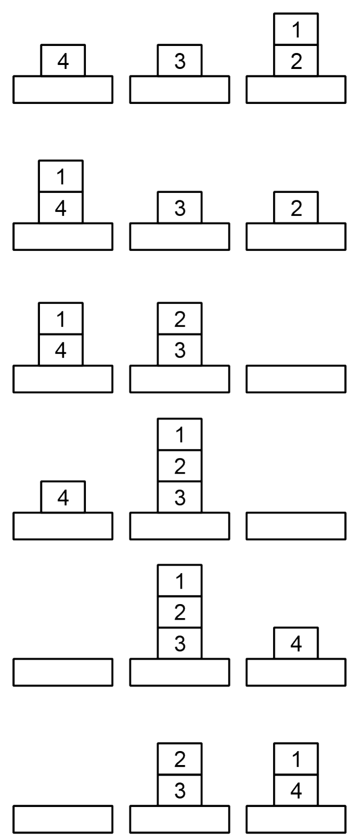
18. Le nombre qui est un multiple de 6, mais n'est pas un multiple de 5 est 186 (2 x 3 x 31).

19. Chaque feuille de 11 cm x 17 cm peut donner 4 feuilles de 5 cm x 8 cm. Cent feuilles de 11 cm x 17 cm vont donner (4 x 100) 400 feuilles de 5 cm x 8 cm.

20. X n'est pas deuxième. Il pourrait être 1^{er}, 3^e ou 4^e. Il ne peut être 4^e car Y est juste derrière lui. W pourrait être 2^e ou 3^e. Si W est 3^e, Z serait 2^e (car il est juste devant), X serait 1^{er} et Y et Z seraient tous les deux 2^e. W doit être 2^e, Z doit être 1^{er}, X 3^e et Y dernier.

21. Pour construire une boîte de 9 cm de hauteur, il faut retrancher 1 petit carton carré de 9 cm de côté au 4 coins du carton rectangulaire. Carole a retranché une aire de (4 x 81 cm^2) 324 cm^2 pour construire cette boîte.

22. Il faut un minimum de 5 opérations pour empiler les rondelles tel que demandé.



23. Le nombre 12! contient le facteur 3 (3 = 1 x 3, 6 = 2 x 3, 9 = 3 x 3 et 12 = 4 x 3) 5 fois. La valeur maximale de k pour laquelle 3^k est un facteur de 12! est 5 .

24. Quand Mélissa accrochera son chapeau, elle aura le choix de 4 crochets. Andréa n'aura que 3 choix pour placer le sien. Elles pourront donc accrocher leurs chapeaux de (3 x 4) 12 façons différentes.

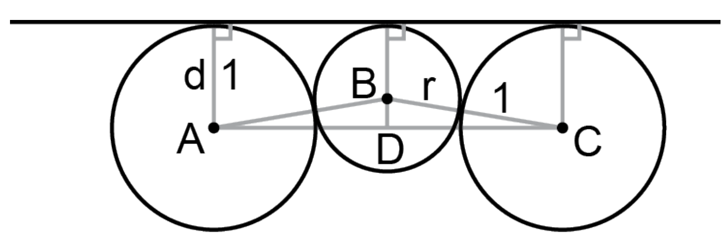
25. Ces nombres palindromes sont tous formés de 3 chiffres. Il y a 9 chiffres différents qui peuvent être placés à la position des centaines (ces nombre ne peuvent commencer par le chiffre 0); il y a 10 chiffres différents qui peuvent être placés à la position des dizaines. Nous n'avons pas le choix en ce qui concerne le chiffre des unités car il doit être le même que celui des centaines. Il y a en tout (9 x 10) 90 nombres palindromes différents entre 100 et 1 000.

26. Pour ce jeu de cartes (tour de magie), la somme des points est un multiple de 10. En effet, 1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10, 4 + 6 = 10 et comme la même valeur revient 4 fois, la somme totale de toutes les cartes de valeur de 1 à 9 est un multiple de 10 (la somme des quatre ''5'' est aussi un multiple de 10). Toutes les autres cartes valent 10 points et la somme totale des 52 cartes est aussi un multiple de 10. Cette somme est 340. Puisque la somme des 44 premières cartes est un multiple de 10, la somme des 8 dernières doit l'être aussi. La somme des 7 dernières cartes étant (3 + 6 + 1 + 10 + 10 + 4 + 8) 42, la valeur de la 52^e carte qui a été servie était (50 - 42) 8. En réalité, pour deviner la valeur de la dernière carte, Mathusalem utilise l'arithmétique modulo 10. Comment? Supposons que la première carte servie est un 7 et la deuxième un 4. Au lieu de garder en tête la <u>somme</u> de 11, il garde en tête la valeur de 1 car il sait que 11 ≡ 1 mod 10. À chaque fois que la <u>somme</u> dépasse 10, il garde en tête seulement le reste de la division par 10 car il sait que la valeur de la dernière carte sera donnée par ''10 moins la valeur qu'il aura en tête juste avant de recevoir la dernière carte''. Évidemment, si la première carte servie est un 7 et la deuxième est un 2, il garde en tête la valeur de 9 car il n'a pas encore atteint le modulo qui est 10. N'oubliez pas que Mathusalem utilise l'arithmétique modulo 10 seulement quand la valeur qu'il a en tête ajoutée à celle de la prochaine carte reçue dépasse une <u>somme</u> de 10 (en passant, si la <u>somme</u> est égale à 10, il garde en tête la valeur de 0 car 0 ≡ 10 mod 10).

27. Il a pu voir un maximum de 7 opéras s'il a assisté à un opéra le premier jour de la période de 49 jours.

28. L'exposant 2/3 dans $8^{2/3}$ a le sens suivant: le 2 (le numérateur) indique qu'il faut faire le carré de 8 et le 3 (le dénominateur) qu'il faut faire la racine cubique du résultat. La valeur de $8^{2/3}$ est 4.

29. Quand la droite est tangente aux 3 cercles, nous pouvons écrire que $(1 + r)^2 = (1 - r)^2 + (3/2)^2$ ($BC^2 = BD^2 + DC^2$). Cette équation devient $r^2 + 2r + 1 = r^2 - 2r + 1 + 9/4$ et nous trouvons que $r = 9/16$. Si d est la distance entre le segment AC et la droite tangente, nous pouvons dire que la droite est tangente aux 3 cercles lorsque la valeur de d est 1.



30. Pour trouver le périmètre du triangle ABC, il faut trouver premièrement les coordonnées des 3 sommets du triangle, puis la longueur de ses 3 côtés. Nous trouvons les coordonnées de A en résolvant le système formé par les équations $y = 2$ et $y = x + 7$. Nous trouvons A(-5, 2). Nous trouvons les coordonnées de B en résolvant le système formé par les équations $y = -2x + 4$ et $y = x + 7$. Nous trouvons B(-1, 6). Nous trouvons les coordonnées de C en résolvant le système formé par les équations $y = -2x + 4$ et $y = 2$. Nous trouvons C(1, 2). La longueur de AC est (1 -(-5)) 6. La longueur de AB est trouvée en résolvant $AB^2 = (6 - 2)^2 + (-1 - (-5))^2$. Nous trouvons $AB = 4\sqrt{2}$. L'équation $BC^2 = (2 - 6)^2 + (1 - (-1))^2$ nous donne $BC = 2\sqrt{5}$. La valeur la plus près du périmètre du triangle ABC est $(6 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5})$ 16,1.