Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE PYTHAGORE 2012
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. Le nombre d'arêtes d'un cube (12) multiplié par le nombre de faces d'un cube (6) est égal à 72.

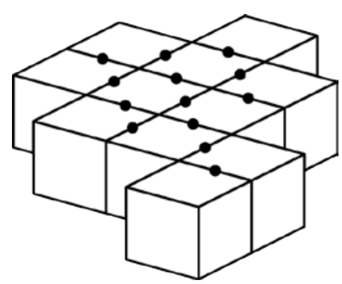
2. Les facteurs de 6 sont (1, 2, 3 et 6), ceux de 15 sont (1, 3, 5 et 15). Ces 2 nombres ont 2 facteurs en commun.

3. Le plus grand nombre pair de 4 chiffres qui peut être écrit à l'aide des chiffres 1, 8, 6 et 4 est 8 614.

4. La moyenne de 0, 2, 4, 6 et 8 est ((0 + 2 + 4 + 6 + 8) ÷ 5) 4. Dans ce cas-ci, c'est le terme central, car les 5 nombres sont uniformément distribués.

5. Le nombre manquant de la suite: 3 500, 3 250, ?, 2 750, 2 500 est (3 250 - 250) 3 000.

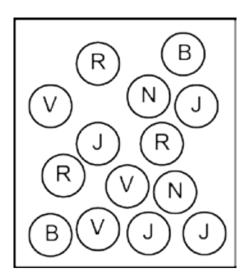
6. Chaque point du diagramme compte pour 2 faces couvertes de colle. Il y a (13 x 2) 26 faces couvertes de colle. Le nombre de faces qui ne sont pas couvertes de colle est (66 - 26) 40.



7. 16 pièces de 25¢ = 400¢ = 40 pièces de 10¢

8. Écrivez les 5 nombres suivants: 3 782, 2 863, 1 935, 2 926, 3 931 en ordre croissant (du plus petit au plus grand). Le quatrième nombre écrit est 3 782.

9. Le nombre qui est 10 fois plus petit que 10 est 1. Le nombre qui est 10 de plus que 1 est 11.

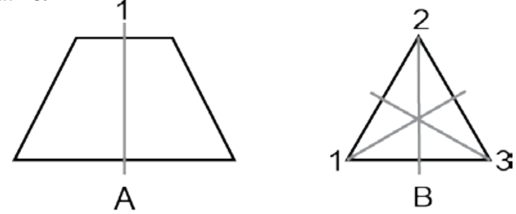


10. 11 centaines - 280 + 14 dizaines = 1 100 - 280 + 140 = 960.

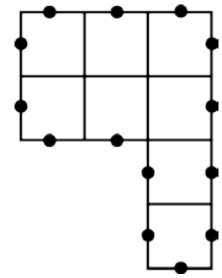
11. La base d'un prisme a 7 côtés. La somme du nombre d'arêtes (7 + 7 + 7) plus le nombre de sommets (7 + 7) est 35.

12. Sans regarder, Mathieu retire une bille de la boîte ci-contre. Dans cette boîte, il y a 3 billes rouges, 3 vertes, 4 jaunes, 2 noires et 2 blanches. Puisqu'il y a 4 billes jaunes, la couleur la plus prévalante dans la boîte, Mathieu a plus de chances de choisir une bille de cette couleur.

13. La somme du nombre d'axes de symétrie de la figure A (1) et de la figure B (3) est égale à 4.



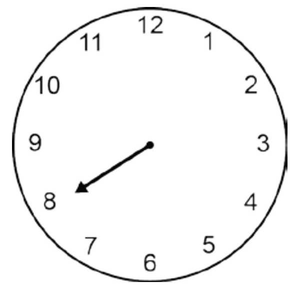
14. Puisque le 0 ne peut être écrit en premier, nous pouvons former (102, 120, 201, 210) 4 nombres de 3 chiffres.



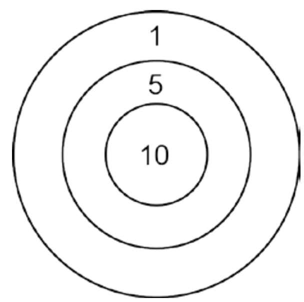
15. Le périmètre de cette figure est 14 cm.

16. Puisque Mathusalem a atteint la cible 8 fois et a marqué 38 points, nous concluons qu'il a atteint la région de 1 point 3 fois. La seule façon de marquer les 35 autres points est d'atteindre la région de 10 points 2 fois et celle de 5 points 3 fois.

17. L'horloge illustrée dans le diagramme a perdu l'aiguille des minutes aux environs de 7h 55min.



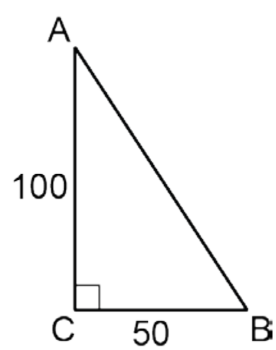
18. Au lieu de répondre directement à cette question, commençons par l'analyse d'une forme plus simple du même problème. Combien de nombres impairs y a-t-il entre 2 et 4? Évidemment, il y en a seulement un, le 3. Combien y a-t-il de nombres impairs entre 2 et 10? Il y en a (3, 5, 7, 9) 4. Combien y a-t-il de nombres impairs entre 8 et 18? Il y en a (9, 11,13, 15, 17) 5. Vous remarquez que le nombre de nombres impairs entre 2 nombres pairs est toujours égal à la moitié de la différence entre les deux nombres pairs. Nous pouvons appliquer cette règle à notre question initiale. Le nombre de nombres impairs entre 80 et 180 est ((180 - 80) ÷ 2) 50. Beaucoup de grandes découvertes scientifiques et mathématiques ont été faites ainsi, en transformant le problème initial en modèles simples. Ceux-ci permettent de dégager plus facilement la loi mathématique que l'on peut utiliser pour résoudre tous les problèmes du même type.



19. L'achat de III est meilleur que celui de I, car il a acheté le double de savon que I a acheté, mais à un coût qui est (2 x 4,50$ = 9,00$) 10¢ de moins que le double. L'achat de II est meilleur que celui de I, car il a acheté le triple, mais à un coût qui est (3 x 4,50$ = 13,50$) 1,15$ de moins que le triple. On peut donc conclure que le meilleur achat a été fait par II seulement.

20. Tout nombre dont la somme des chiffres est divisible par 3 est un multiple de 3. Les nombres 102 et 120 sont donc des multiples de 3. Il y a (105, 108, … 117) 5 multiples de 3 entre 102 et 120. On peut trouver ce nombre en soustrayant 1 du tiers de la différence entre 120 et 102 (120 - 102 = 18, 18 ÷ 3 = 6 et 6 - 1 = 5).

21. 10% de 80$ = 10% x 80$ = 0,1 x 80$ = 8$.

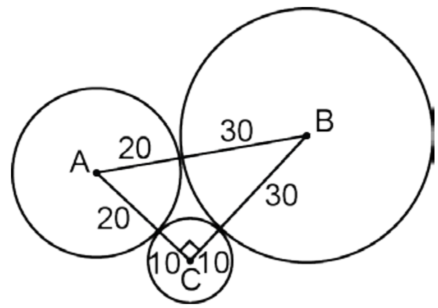


22. La fraction 8/15 < 3/5, car 3/5 = 9/15. La fraction 8/15 < 17/30, car 8/15 = 16/30. La fraction 1/2 ou 6/12 < 7/12. La fraction 1/2 < 8/15, car 1/2 = 15/30 et 8/15 = 16/30.

23. La distance entre elles après 2 1/2 heures sera (2,5 x (16 - 12)) 10 km.

24. L'aire du triangle est donnée par la formule B x H / 2. Cette aire est égale à (50 x 100 ÷ 2) 2 500 cm^2.

25. Le périmètre de ce triangle est donné par AB + BC + CA = 50 cm + 40 cm + 30 cm soit 120 cm.

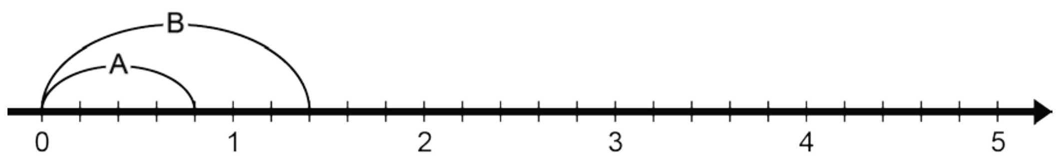


26. Il y a (11, 13, 17, 19, 23 et 29) 6 nombres premiers entre 10 et 30.

27. La différence entre 1 million et 100 000 est (1 000 000 - 100 000) 900 000.

28. Ces deux nombres peuvent être 30 et 32. La nouvelle moyenne est ((30 + 6) + (32 - 4) ÷ 2) 32. On peut aussi calculer la nouvelle moyenne en ajoutant ((6 - 4) ÷ 2)1 à 31, ce qui donne 32.

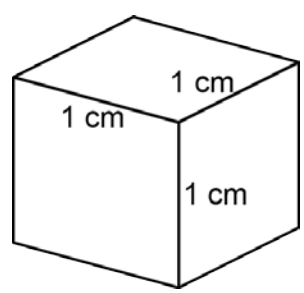
29. L’araignée A fait 5 sauts. Elle parcourt une distance de (5 x 4/5) 4. L’araignée B fait 3 sauts. Elle parcourt une distance de (3 x 7/5) 21/5 ou 4 1/5. La distance entre les deux araignées après que A ait fait 5 sauts et que B ait fait 3 sauts est (4 1/5 - 4) 1/5.



30. Il y a 16 résultats possibles. Les paires qui sont situées sur la diagonale du tableau des résultats sont celles dont le premier nombre est le même que le second. Les paires situées au-dessus de cette diagonale sont celles dont le premier nombre est plus petit que le second. Les paires situées au-dessous de la diagonale sont celles dont le second nombre est plus petit que le premier. La probabilité que l’on obtienne l’une de ces paires est (6/16) 3/8.

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

31. L’aire d’une face est (1 cm x 1 cm) 1 cm^2. L’aire des 6 faces est 6 cm^2. Le volume du cube est (1 cm x 1cm x 1cm) 1 cm^3. Le rapport de l’aire des faces du cube comparée à son volume est égal à (6 cm^2 ÷ 1 cm^3) 6 cm^2 par cm^3?



32. Les facteurs de 100 sont {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100}
Le produit de tous les facteurs de 100 est égal à
(1 x 2 x 4 x 5 x 10 x 20 x 25 x 50 x 100) =
($\underline{1 \times 100}$ x $\underline{2 \times 50}$ x $\underline{4 \times 25}$ x $\underline{5 \times 20}$ x 10) =
($\underline{100}$ x $\underline{100}$ x $\underline{100}$ x $\underline{100}$ x 10) = 10^9.

33. Deux (2) objets, A et B, ont des poids différents. Le poids de chacun en livres est un nombre entier positif. Soit A, le poids de l’objet A et B, le poids de l’objet B. Nous savons que 8**A +** 3**B =** 68 et 6**A +** 9**B =** 78. Quel est le poids en livres de 3**A** + 5**B**? Ces équations sont appelées équations diophantines. Ce sont des équations où les valeurs des inconnues (les lettres A et B) sont des <u>valeurs entières</u>. Dans ce cas-ci, ces valeurs entières sont en réalité les poids des deux objets. Notre objectif est de découvrir le poids de chaque objet. Il y a deux indices (2 équations) pour nous aider à découvrir le poids de chacun: huit fois l’objet A (qu’on écrit mathématiquement 8A) et 3 fois l’objet B pèsent 68 livres, six fois l’objet A + neuf fois l’objet B pèsent 78 livres. Une fois qu’on aura trouvé le poids de chaque objet, on pourra répondre à la question du problème, à savoir quel est le poids de 3**A +** 5**B**? Chaque lettre prend une seule valeur, la même, non seulement dans les deux équations, mais aussi dans l’expression algébrique 3A + 5B. Pour résoudre ce type de problème, il faut commencer par la méthode des essais et erreurs ensuite, il faut procéder par observation et logique. Examinons l'équation: 8**A +** 3**B =** 68. Si nous supposons que A = 1 (1 livre), l'équation devient 8 + 3B = 68, puis elle devient 3B = 60 et nous trouvons que B = 20. Écrivons cette possibilité sous la forme d'une paire. Cette première possibilité peut s'écrire (**1, 20**). Si nous supposons que A = 2, nous trouvons que 3B = 52 et B = 17 1/3. Nous rejetons cette possibilité car la valeur de B <u>n'est pas entière</u>. La prochaine valeur de A pour laquelle B a une valeur entière est A = 4. Quand A prend cette valeur, B = 12. La paire (**4,12**) est une autre possibilité des poids de A et B. La prochaine possibilité est (**7,4**). Cette possibilité est aussi la dernière, car B ne peut valoir -4 (vous avez probablement remarqué que quand la valeur de A augmente de **3** (le nombre devant la lettre B), celle de B diminue de **8** (le nombre devant la lettre A). Nous trouvons 3 possibilités de valeurs entières pour A et B quand nous analysons l'équation 8A + 3B = 68. Puisque nous cherchons les poids des objets A et B (et que ces poids doivent être les mêmes pour les 2 équations) vérifions laquelle de ces 3 paires est une possibilité pour l'équation 6**A +** 9**B =** 78. Cette paire est (**7,4**). En effet 6 x **7** + 9 x **4** = 78. Le poids de l'objet A est 7 livres et celui de B est 4 livres. Le poids de 3**A** + 5**B** est 3 x **7** + 5 x **4** = 41livres. Vous auriez pu résoudre ce problème en commençant par l'équation 6A + 9B = 78. Vous auriez trouvé la même réponse.