Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2012
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. La valeur de (7 + 3) - (-8 + 2) est 10 - (-6) = 16.

2. -5 x 2 - (-5) = -10 + 5 = -5

3. Le nombre entier le plus près de la valeur de -3/4 x 6/12 + 3/8 est -3/4 x 1/2 + 3/8 = -3/8 + 3/8 = 0.

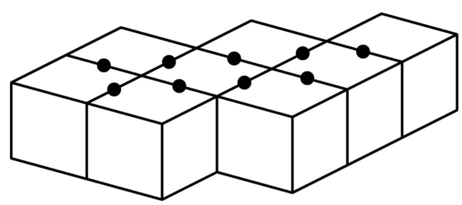
4. Trente représente (30/45 = 2/3) 2/3 de 45.

5. La somme de tous les facteurs de 30 (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 + 30) est 72.

6. Le résultat de 5/4 de 20% de 0,2 est égal à 5/4 x 1/5 x 1/5 = 1/20 = 5%.

7. Le rapport de 0,08 à 0,2 est égal à 8/20 = 2/5. Ce rapport est le même que celui de 10 à 25.

8. Chaque point du diagramme compte pour 2 faces couvertes de colle. En tout, il y a (9 x 2) 18 faces couvertes de colle. Le nombre de faces qui ne sont pas couvertes de colle est (8 x 6 = 48 et 48 - 18) 30.

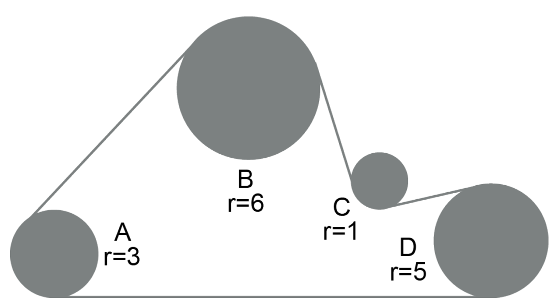


9. La valeur de N dans l'équation:
9 x 8 x 7 x 6 = 18 x N x 8 x 21 est 1.

10. Quand le Δ ABC subit la translation t:(-1, 6), les coordonnées de A (-1, 5) deviennent A'(-2, 11), celles de B (4, -2) deviennent B'(3, 4) et celles de C (-6, -1) deviennent C'(-7, 5).

11. Les mesures des angles aigus d'un triangle rectangle sont dans un rapport 2:3. Puisque la somme des deux angles aigus est 90°, nous savons que le plus petit est égal à 2/5 de 90° et le plus grand, 3/5 de 90°. Le plus petit vaut donc (2/5 x 90) 36°. Trois fois la valeur du plus petit est égale à (3 x 36) 108°.

12. Mathieu a fait 1/3 de la distance en auto, puis (3/4 x 2/3) 1/2 de la distance qui restait en autobus et (6/6 - 5/6 (1/3 + 1/2)) 1/6 de la distance totale à pied.



13. Si la roue B tourne à 20 révolutions par minute, la roue C tourne à (20 x 6) 120 révolutions par minute et la roue D tourne à (120 ÷ 5) 24 révolutions par minute.

14. Il y a 4 nombres de 2 chiffres plus petits que 50 dont la somme des chiffres est égale à 5. Ces nombres sont 14, 23, 32 et 41. Parmi ces nombres, seuls 23 et 41 sont premiers.

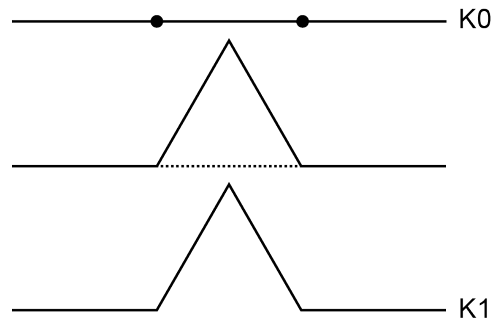
15. La règle de cette suite est - 5 x 5 + 5 ÷ 5 … . Le prochain nombre de cette suite est (3 x 5) 15.

16. La moyenne de -1/3 et 2/3 est égale à ((-1/3 + 2/3) ÷ 2) 1/6.

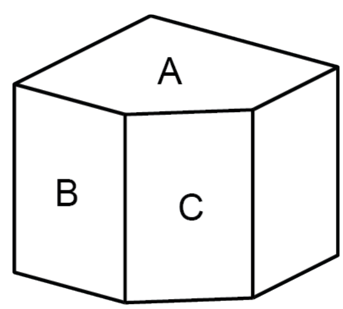
17. Il y a 4 nombres entiers positifs inférieurs à 125 (1^3 = $\underline{1}$, 2^3 = $\underline{8}$, 3^3 = $\underline{27}$ et 4^3 = $\underline{64}$) qui sont des nombres cubiques.

18. Si 30% de X est égal à 10% de Y, nous pouvons écrire que 0,3X = 0,1Y. De cette équation, nous tirons que Y = 3X. Donc Y est égal à 300% de X.

19. Pour transformer K0 en K1, divisez le segment K0 en 3 segments égaux, puis construisez un triangle équilatéral dont la base est le segment médian. Enlevez la base du triangle construit à l'étape précédente et vous obtenez K1. Pour transformer K1 en K2, appliquez le même algorithme. Comme vous pouvez le constater, la longueur de K1 est 4/3 fois plus longue que celle de K0. Celle de K2 sera 4/3 fois plus longue que celle de K1. Chaque itération de l'algorithme produit une ligne fractale dont la longueur est 4/3 fois plus longue que la précédente. Si K0 a une longueur de 1 unité, la longueur de K4 sera égale à 1 x $(4/3)^4$ soit 256/81. Si le segment K0 est remplacé par un triangle équilatéral et que le même algorithme est appliqué aux trois côtés du triangle, nous obtenons le flocon de neige de Von Koch. Cette courbe fractale et celle de Peano (première courbe qui remplit complètement un espace à 2 dimensions) sont les premiers exemples de courbes fractales de l'histoire.



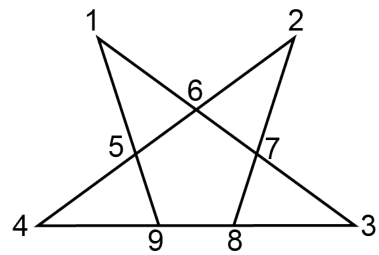
20. Puisque A x B = 21, B x C = 35 et C x D = 60, nous pouvons écrire que A x B x B x C x C x D = 21 x 35 x 60, donc que A x D x <u>B x C</u> x <u>B x C</u> = 44 100. Cette équation devient A x D x <u>35</u> x <u>35</u> = 44 100 et finalement A X D = 36.



21. L'aire de ce solide est égale à 2 fois l'aire de la surface A, plus 2 fois l'aire de la surface B, plus l'aire de la surface C, plus l'aire des 2 faces du cube qui n'ont pas été touchées lorsque l'on a retranché le prisme triangulaire. L'aire de ce solide est (2 x <u>34</u> + 2 x <u>24</u> + <u>6 x 2,83</u> + 2 x <u>36</u>) environ 205 cm^2.

22. Dans un tournoi de tennis, tout joueur qui perd une partie est automatiquement éliminé. S'il y a 32 joueurs qui y participent, le champion joue exactement 5 parties ($32 = 2^{\mathbf{5}}$). S'il y a 20 joueurs dans le tournoi, il y aura, dans la première ronde, 10 parties de jouées pour éliminer 10 joueurs (un des 10 joueurs gagnants sera éventuellement le champion). Les 10 joueurs gagnants vont jouer 5 parties dans la 2e ronde de jeu. Lors de la 3e ronde de jeu, il y aura 5 joueurs dont le futur champion. Puisqu'il y a un nombre impair de joueurs à la 3e ronde, le meilleur de ces 5 joueurs (tel que décidé par les juges) pourra sauter les rondes suivantes jusqu'à ce que le meilleur des 4 autres joueurs sera déterminé. Lors de la 3e ronde de jeu, 2 parties seront jouées et 2 joueurs seront éliminés. À la 4e ronde de jeu, 1 partie sera jouée pour déterminer qui jouera contre le joueur qui a sauté les rondes précédentes. À la 5e ronde de jeu, le champion sera déterminé. Le nombre maximum de parties jouées par le champion sera 5, si et seulement si ce champion est l'un des joueurs qui a joué dans toutes les rondes. On peut calculer rapidement le maximum de parties jouées par le champion (si le nombre de joueurs n'est pas une puissance exacte de 2) en trouvant la puissance de 2, la plus grande possible, mais dont la valeur est inférieure au nombre de joueurs dans le tournoi. Le nombre de parties jouées par le champion sera donné par l'exposant de cette puissance de 2 auquel on ajoutera 1. Dans ce tournoi, il y a 20 joueurs ($20 = 2^{4} + 4$). Le nombre maximum de parties jouées par le champion est (4 + 1) 5.

23. Regardez la figure de droite dont les sommets ont été numérotées de 1 à 9. Chaque triangle est représenté par 3 nombres. Il y a 4 petits triangles (comme 1-5-6) et 3 autres triangles plus grands (comme 2-4-8), chacun formé de 2 petits triangles et du pentagone central.

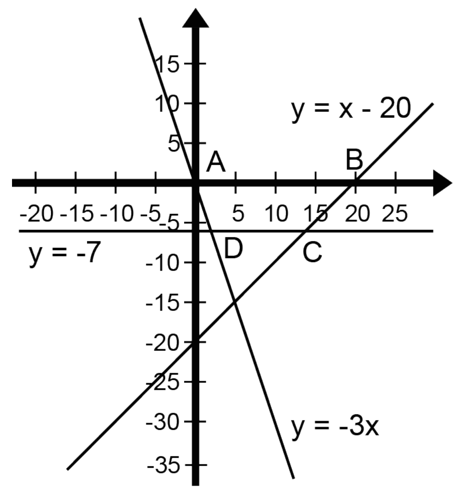


24. Chacun des angles aigus d'un triangle rectangle isocèle a une valeur de (90 ÷ 2) 45°.

25. La valeur de $2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$ est la même que 4×2^{10}, soit $2^{2} \times 2^{10} = 2^{12}$.

26. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6 \times \underline{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 6 \times 3 = 18$.

27. Le polygone ABCD est un trapèze. Son aire est donnée par la formule A = ((B + b) ÷ 2) x h. La grande base B vaut 20 (segment AB), la hauteur h vaut 7. On peut trouver la petite base DC en trouvant les abscisses des points D et C. On peut déterminer l'abscisse de D en résolvant le système suivant: y = -3x et y = -7. On trouve (-3x = -7) x = 7/3. Le système: y = -7 et y = x - 20 nous fournit l'abscisse de C qui est (x - 20 = -7) 13. L'aire du polygone est donnée par ((20 + 10 2/3) ÷ 2) x 7. À l'unité près, cette aire est 107 u^{2}.



28. La probabilité qu'elle choisisse le 8 au premier tirage est 1/10. La probabilité qu'elle choisisse le 7 au 2^{e} tirage est 1/9. La probabilité qu'elle choisisse le 8 en premier <u>et</u> puis le 7 est (1/10 x 1/9) 1/90.

29. À11h juste, les deux aiguilles forment un angle de 30°. Lorsque l'aiguille des heures tourne de x degrés, celle des minutes avance de 12x degrés. Quand les deux aiguilles sont perpendiculaires pour la première fois, nous nous pouvons écrire que 30 - x + 12x = 90°. De cette équation, nous trouvons que x = 60/11 degrés et 12x est égal à 720/11 degrés. Puisque 360° valent 60 minutes, nous trouvons que le nombre de minutes écoulées depuis 11h est ((720/11) ÷ 6) 10 et 10/11 minutes. À la seconde près, les deux aiguilles sont perpendiculaires à 11h 10min 55s.