Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE 2009
SOLUTIONS COMPLÈTES

EULER (7^e^) – LAGRANGE (8^e^) – NEWTON (9^e^)

1. Un quadrilatère est formé de 2 triangles. La valeur moyenne des angles d'un quadrilatère est donc 90° (360° ÷ 4).

2. Dans le produit de puissances d'une même base, il faut additionner les exposants. La valeur de n est ($2^4 \times 2^{11} = 2^{15}$) 15.

3. La valeur de $6^2 + 8^2$ est 100, soit 10^2.

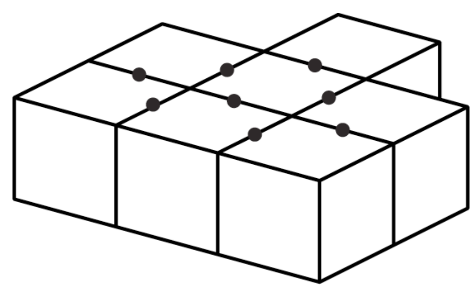
4. Le nombre 51/24 est égal à 2 1/8 (51/24 = 17/8 = 2 1/8).

5. La valeur de (-18 + 6) ÷ 4 = -12 ÷ 4 = -3.

6. 1 km = 1 000 m.

7. Mathilde a écrit 18 nombres entiers consécutifs en ordre décroissant. Si le plus grand est 17, le 17^e nombre qu'elle a écrit est 1 et le 18^e est 0.

8. Chaque point du diagramme compte pour 2 faces couvertes de colle. Il y a donc (8 x 2) 16 faces couvertes de colle.

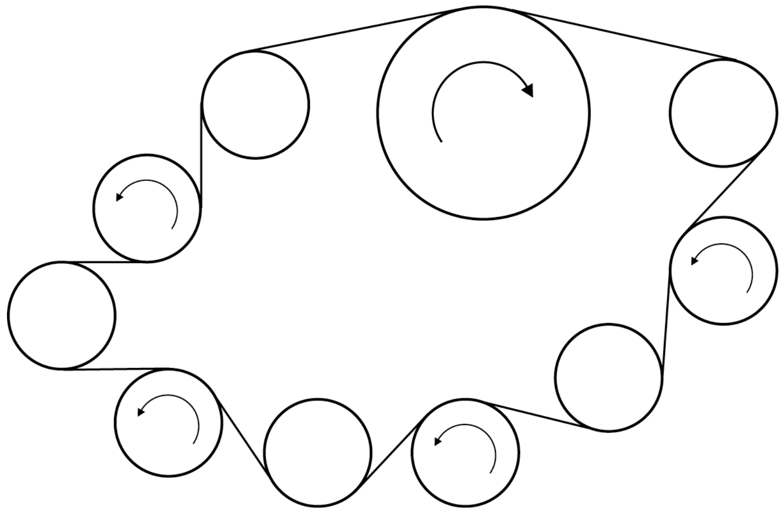


9. Après la première réflexion (suivant l'axe des y) les coordonnées de l'image de A sont (3,-2) et celles de l'image de B sont (-3,5). Après la deuxième réflexion (suivant l'axe des x), les images des points A et B sont, respectivement, (3,2) et (-3,-5).

10. Les mesures des 3 angles d'un triangle sont dans le rapport 2 : 3 : 7. La valeur de l'angle le plus petit est (180° ÷ 12 x 2) 30°.

11. Un nombre est divisé par 2 et le résultat est augmenté de 3; le nouveau résultat est multiplié par 2 et donne une réponse finale de 20. Faisons le calcul inverse en nous rappelant que l'addition est l'inverse de la soustraction et la multiplication est l'inverse de la division. Le nombre initial ((20 ÷ 2 - 3) x 2) est égal à 14.

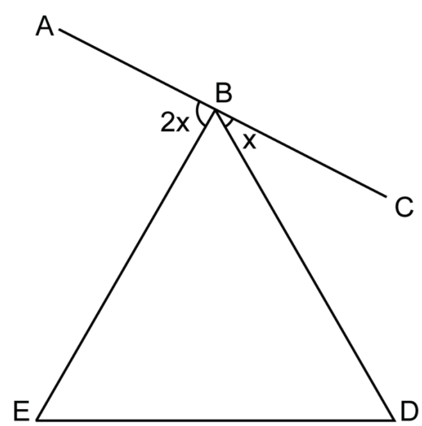
12. Le nombre de petites roues qui tournent dans le sens contraire des aiguilles d'une montre est 4.



13. Les 3 nombres M, N et P qui donneront une valeur minimale à l'expression M(N - P) sont -20, 7 et -9. En remplaçant M, N et P par ces 3 nombres, nous obtenons (-20(7 - -9) = -20 x 16) la valeur minimale de -320.

14. La date du deuxième mercredi du mois pourrait être le 1, le 8 ou le 27. Les valeurs 1 et 27 sont impossibles. La valeur 8 est possible, car le mercredi précédent (le premier mercredi du mois) tomberait 7 jours plus tôt, soit le 1. Le premier jour du mois est un mercredi.

15. La valeur de l'angle ABE est 2x. Puisque 2x + 60° + x est égal à 180°, nous trouvons que x = 40° et 2x = 80°.



16. La somme de 12 nombres entiers pairs consécutifs est 12. Ces 12 nombres sont -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10 et 12. Le plus grand de ces nombres est 12 (il ne faut pas oublier que 0 est un nombre pair).

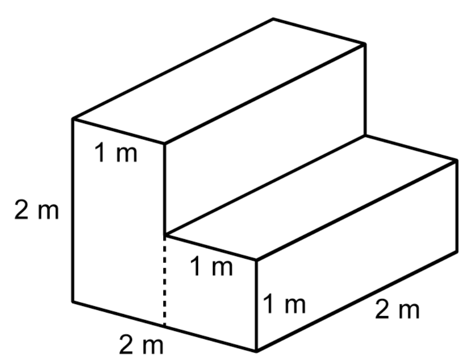
17. Si 2% d'un nombre est égal à M, alors 5% de ce même nombre est égal à (M ÷ 2 x 5) 2,5 M.

18. Les nombres pairs sont des multiples de 2. Les nombres pairs qui sont des multiples de 3 doivent être des multiples (2 x 3) de 6. Il y a (6, 12, 18) 3 nombres naturels pairs entre 0 et 20 qui sont des multiples de 3.

19. La moyenne de 1/4 et 1/2 (1/4 + 1/2 = 2/8 + 4/8 = 6/8) est égale à (6/8 ÷ 2) 3/8.

20. L'inverse multiplicatif de 10 est égal à (1/10) 0,1.

21. Regarder le diagramme. Le volume de l'escalier est donné par l'expression 1 x 1 x 2 + 2 x 1 x 2. Cette expression est égale à (2 + 4) 6 m^3.



22. L'expression -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + 10 peut s'écrire sous la forme (-1 + 2) + (-3 + 4) + (-5 + 6) + (-7 + 8) + (-9 + 10) et est égale à 5.

23. Pour calculer la valeur de la fraction complexe, il faut commencer par calculer la valeur de la fraction encerclée et effectuer les autres opérations (1 + 1/2) … jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'opérations à faire. Les opérations à faire sont 1/(1 + 1) = 1/2, 1 + 1/2 = 3/2, 1 ÷ 3/2 = 2/3, 1 + 2/3 = 5/3. En passant, si cette fraction complexe était infinie, nous aurions alors une fraction appelée **fraction continue**. Nous ne pourrions trouver sa valeur par des opérations successives (il y aurait une infinité d'opérations). Nous pouvons trouver la valeur de cette fraction continue en utilisant une méthode mathématique courte et très élégante. La valeur de cette **fraction continue** est exactement égale à la valeur du nombre d'or (1 + √5) ÷ 2, qui vaut environ 1,62.

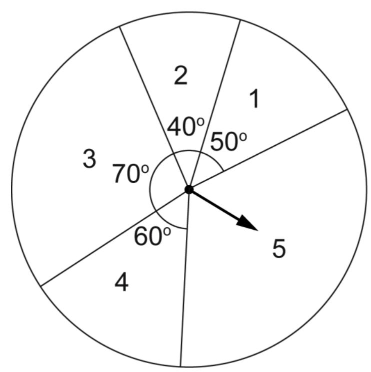
$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1}}$$

24. Le nombre de zéros qui apparaissent à la fin du produit de 10! (1 x 2 x 3 x 4 x … x 10) est 2. Pas besoin de trouver le produit de cette longue multiplication pour connaître le nombre de zéros qu'il y a à la fin. Chaque zéro est le résultat du produit d'un 2 et d'un 5. Il y a seulement un 2 et un 5 qui peuvent générer 1 zéro dans le produit de 10!. En ajoutant ce zéro au zéro généré par le facteur 10 (2 x 5), nous obtenons un total de 2.

25. Le nombre 1 000 est divisible par 2, 4, 5 et 8. Le nombre 960 est divisible par 2, 3, 4, 5, 6 et 8. Seulement 4 nombres naturels entre 1 et 10 (2, 4, 5 et 8) peuvent diviser à la fois les nombres 960 et 1 000 sans reste.

26. Mathilde prépare 120 g d'un mélange d'eau et de sable dont la teneur en eau est 90%. Ce mélange initial contient (0,9 x 120) 108 g d'eau. Une heure plus tard, elle retire 20 g d'eau du mélange initial (on peut retirer une certaine quantité d'eau sans retirer de sable car le sable et l'eau forment un mélange hétérogène). La quantité d'eau dans le nouveau mélange est (108 g - 20 g) 88 g (n'oubliez pas que le mélange final contient 88 g d'eau et 12 g de sable). La teneur en eau du mélange final est (88 g ÷ 100 g) 88%.

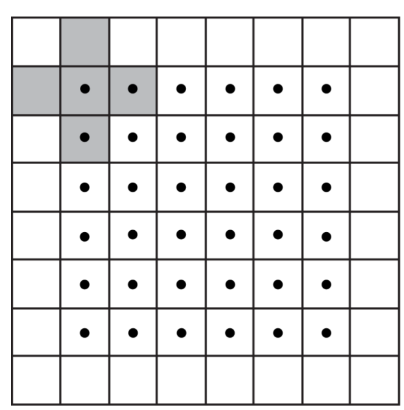
27. La probabilité qu'il obtienne un nombre pair est égale au rapport de la somme des angles permettant d'obtenir des nombres pairs divisé par 360°. La probabilité est donc (100° ÷ 360°) 5/18.



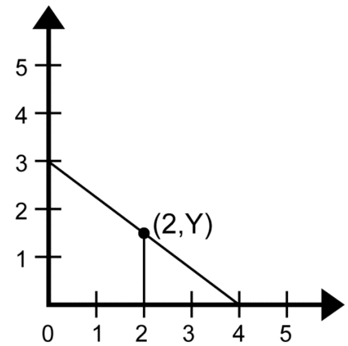
28. Si x = 3, la valeur de $x^2 - 2x + 6$ est $(3)^2 - 2(3) + 6 = 9$.

29. Prenons un carré dont le côté est 1. Son périmètre est 4. Le périmètre du cercle est aussi 4 et est égal à 2 π r. On peut trouver le rayon en posant l'équation 2 π r = 4. Nous trouvons que r = 2/π. L'aire du cercle est $\pi\,(2/\pi)^2$. L'aire du carré est (1 x 1) 1. L'aire du cercle est (4/π ÷ 1) 4/π fois plus grande que celle du carré.

30. Le nombre de grilles dépend du nombre de cases où l'on peut placer le centre de la case centrale du bloc de 5 cases noires. Tel qu'illustré dans le diagramme, le centre de la case centrale du bloc peut être placée dans chaque case qui contient un point noir. En tout, il y a (6 x 6) 36 cases avec des points noirs et par conséquent on peut produire 36 grilles différentes de mots croisés à partir de grilles blanches de 8 x 8.



31. Le petit triangle est semblable au grand. On peut écrire la proportion Y/3 = 2/4. Cette équation fournit la valeur Y= 3/2.



32. De n/3 = m/5, nous tirons 5n = 3m. Cette équation est équivalente à 5n x 3 = 3m x 3, laquelle devient 15n = 9m. La valeur de (3m + 15n) est égale à (3m + 9m) 12m. Finalement, de 12m ÷ 3m, nous obtenons un résultat de 4.