Mathematica

Formons ensemble les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE 2008
SOLUTIONS COMPLÈTES

EULER (7e) – LAGRANGE (8e) – NEWTON (9e)

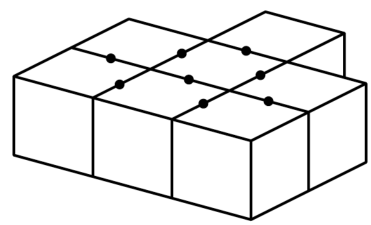
1. 40% de 150 = 0,4 x 150 = 60.

2. $2^2 \times (3^2 + 5) = 4 \times (14) = 56$.

3. $\sqrt{36} + \sqrt{25} = 6 + 5 = 11$.

4. Il y a (1, 2, 3, … 999) 999 nombres naturels entre 0 et 1 000. Les multiples de 4 entre 0 et 1 000 sont 4, 8, 12, 16, … 996. Il y a en tout (4 = **1** x 4, 8 = **2** x 4, 12 = **3** x 4, …**249** x 4 = 996) 249 multiples de 4 entre 0 et 1 000. La probabilité de choisir au hasard un nombre qui est un multiple de 4 est (249/1 000) 83/333.

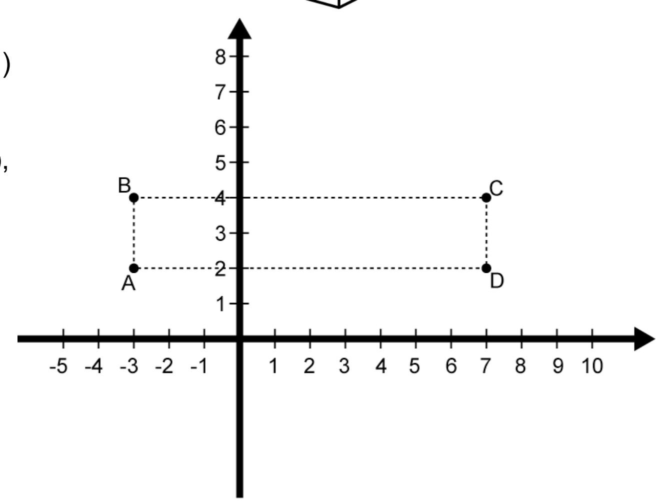
5. Le produit de (-1) x 2 x (-3) x 4 x (-5) = -120.



6. Chaque point du diagramme compte pour 2 faces couvertes de colle. En tout, il y a (8 x 2) 16 faces couvertes de colle.

7. La valeur du dénominateur dans l'équation 1/6 + 1/12 = 1/? est (2/12 + 1/12 = 3/12 =1/4) 4.

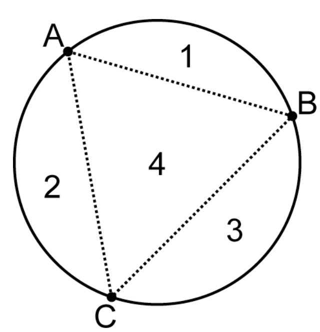
8. Quand on joint les points A (-3 , 2), B (-3 , 4), C (7 , 4) et D (7 , 2), on obtient un rectangle.



9. Une vitesse de 10 m/s équivaut à une vitesse de (10 m/s = 36 000 m/h) 36 km/h.

10. Si n x 6 = 50, alors n = 50/6 et n x 21 est égal à (21 x 50/6) 175.

11. Le nombre de régions déterminées dans le cercle est 4.



12. Si l'on utilise 4 œufs pour 480 grammes de farine, cela représente (480 ÷ 4) 120 g par œuf. Pour 720 g, nous devrons utiliser (720 ÷ 120) 6 œufs.

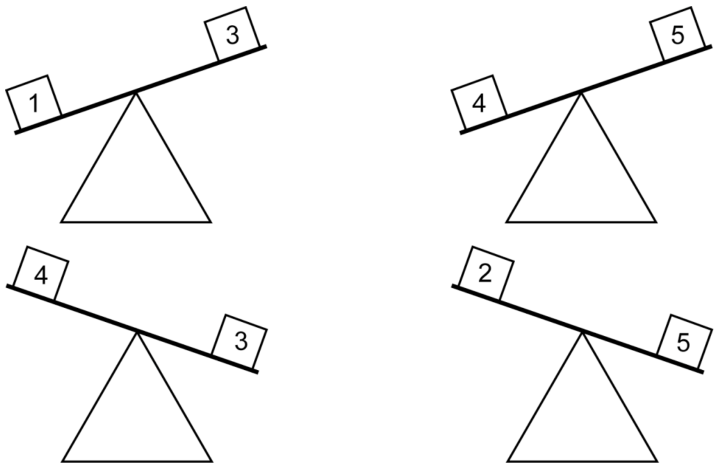
13. Entre 30 et 40, il y a (31, 37) 2 nombres premiers.

14. Si le système est en état d'équilibre, cela implique que le poids qui pèse d'un côté est égal au poids qui pèse de l'autre. Nous pouvons écrire l'équation: X - 100 = 75.
Ce qui donne X = 175 kg.

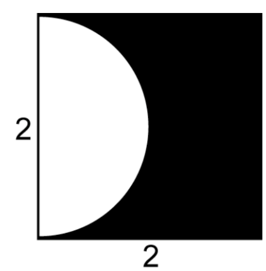
15. La valeur de 12^3 x 13^3 = (12 x 12 x 12) x (13 x 13 x 13) = (12 x 13) x (12 x 13) x (12 x 13) = 156^3.

16. Le carré de √5 est égal à $(\sqrt{5})^2 = 5$.

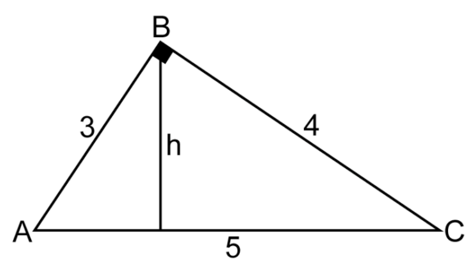
17. D'après le diagramme ci-dessous, la boîte 1 est plus pesante que la boîte 3, la boîte 3 est plus pesante que la boîte 4, la 4 est plus pesante que la 5 et la 5 est plus pesante que la 2. La boîte la plus légère est la boîte 2.



18. L'aire du demi-cercle est $(\pi\ (1)^2 \div 2)\ \pi/2$. L'aire du carré est 4. L'aire de la partie ombrée est $4 - \pi/2$.



19. L'aire du triangle est (3 x 4 ÷ 2) 6. La valeur de AC peut être calculée par $AC^2 = 3^2 + 4^2$. Nous trouvons AC = 5. L'aire du triangle est aussi donnée par 5 x h ÷ 2 = 6. Ce qui nous permet de trouver que la hauteur h du triangle rectangle ABC est 2,4.

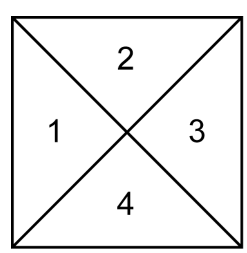


20. Le volume d'un cylindre droit, dont le rayon de la base est 5 cm et la hauteur est 20 cm, est $(\pi \times 5^2 \times 20)$ $500\pi\ cm^3$.

21. Je peux monter un escalier de 3 marches de 3 façons (1 - 1 - 1, 1 - 2, 2 - 1) différentes.

22. $(\sqrt{2} + 1)^2 = (\sqrt{2} + 1) \times (\sqrt{2} + 1) = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$.

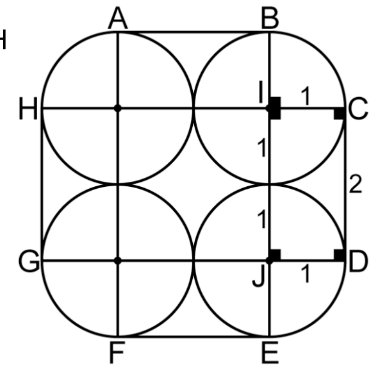
23. Quand Mélissa écrit les nombres naturels de 1 à 9, elle écrit **9** chiffres. De 10 à 19, elle écrit (10 x 2) **20** chiffres. De 20 à 49, elle écrit (3 x 20) **60** chiffres. De 50 à 54, elle écrit **10** chiffres. Le 100^e chiffre qu'elle écrit est un 5.



24. L'aire du carré est (4 x 4) 16 cm^2. L'aire d'un triangle est (16 ÷ 4) 4 cm^2.

25. L'expression $1^n + 2^n$ est divisible par 3 pour n = 1, car $1^1 + 2^1 = 3$. Elle n'est pas divisible par 3 pour n = 2, car $1^2 + 2^2 = 5$. Elle est divisible par 3 pour n = 3, car $1^3 + 2^3 = 9$. Cette expression est divisible par 3 pour tout n qui est impair.

26. Dans le diagramme ci-contre, nous avons 4 cercles congrus de rayon 1 qui sont tangents entre eux. La ligne ABCDEFGH qui circonscrit ces 4 cercles est tantôt droite (segments AB, CD, EF et GH) tantôt courbe (arcs BC, DE, FG et HA). Le segment de droite CD est en réalité la tangente commune aux cercles de centres I et J. Les points C et D sont deux points de tangence. Nous savons qu'une tangente est perpendiculaire au rayon qui aboutit au point de tangence. Les angles ICD et CDJ sont donc droits. Les segments IC et ID sont parallèles et congrus (ce sont deux rayons). Le quadrilatère ICDJ est un rectangle. Le segment CD mesure 2. Les segments AB, EF et GH mesurent aussi 2. L'angle BIC est aussi un angle droit, car il est le supplément de l'angle CIJ. L'arc BC est un quart de cercle (puisque l'angle au centre vaut 90°). Les arcs DE, FG et HA sont aussi des quarts de cercle. Ensemble, ces quatre arcs valent (2 x π x 1) 2π. Ensemble, les segments CD, FE, GH et AB valent (4 x 2) 8. La longueur de la ligne qui circonscrit les 4 cercles est 2 π + 8.



27. Les 3 nombres premiers entre 25 et 40 sont 29, 31 et 37. Nous rejetons 29, car il contredit les données du problème. Andréa étant la plus vieille, nous pouvons conclure qu'elle est née quand Mathusalem avait (31 + 1) 32 ans. Mélissa est née 4 ans plus tard. Mathusalem avait (32 + 4) 36 ans, soit 1 an de moins que l'autre nombre premier (37). Andréa est née lorsque Mathusalem avait 32 ans.

28. 120% = 120/100 = 12/10 = 6/5.

29. Soit x le chiffre des dizaines et y le chiffre des unités. Le nombre recherché est égal à 10 x + y. Nous pouvons écrire que 10 x + y = 7 (x + y), ce qui donne x = 2 y. Si y = 1, x = 2, si y = 2, x = 4, si y = 3, x = 6 et si y = 4, x = 8. Il y a 4 nombres qui sont égaux à 7 fois la somme de leurs chiffres. Le plus grand est 84. Le produit de ses chiffres est égal à (8 x 4) 32.

30. Si n est un nombre naturel plus grand que 1 et si n! = 1 x 2 x 3 x 4 x … x n, alors la valeur de 4! est (1 x 2 x 3 x 4) 24.